TS3 - Physique-Chimie
Devoir en classe n°5 - Durée : 2h
Proposition de correction

EXERCICE I : ROSETTA, PHILAE ET LEURS PLANS SUR LA COMÈTE

1. Lancement de la sonde Rosetta

1.1. Modèle simplifié du décollage

1.1.1. L'étude se fait dans le référentiel terrestre considéré galiléen et le système est supposé isolé. Il y a donc conservation de la quantité de mouvement totale du système entre les deux dates étudiées. Or, à $t = 0$ s, $\overrightarrow{p_0} = \overrightarrow{0}$ car le système est immobile à cette date d'après l'énoncé.

À la date $t = 1$ s, la fusée de masse m_f accuse une vitesse $\overrightarrow{v_f}$ tandis que les gaz éjectés, de masse m_g, ont une vitesse $\overrightarrow{v_g}$ de sorte que la quantité de mouvement du système {fusée+gaz} à cette date s'écrit $\overrightarrow{p_1} = m_f \cdot \overrightarrow{v_f} + m_g \cdot \overrightarrow{v_g}$.

D'après la conservation de la quantité de mouvement, il vient donc $\overrightarrow{0} = m_f \cdot \overrightarrow{v_f} + m_g \cdot \overrightarrow{v_g}$ d'où $m_f \cdot \overrightarrow{v_f} = -m_g \cdot \overrightarrow{v_g}$ ou encore $\overrightarrow{v_f} = -\dfrac{m_g}{m_f} \cdot \overrightarrow{v_g}$

Comme le vecteur vitesse d'éjection des gaz est dirigé verticalement vers le bas, celui de la fusée est dirigé verticalement vers le haut en raison du signe négatif dans la relation précédente. Cela a donc pour effet de propulser la fusée vers le haut pour lui permettre de décoller.

1.1.2. D'après le **document 1**, la fusée éjecte $2,9 \cdot 10^3$ kg de gaz par seconde au décollage. La masse de la fusée a donc varié de cette valeur au bout d'une seconde. Ainsi, à la date $t = 0$ s, la fusée à une masse $m_1 = 7,8 \cdot 10^2$ tonnes $= 7,8 \cdot 10^5$ kg et à la date $t = 1$ s une masse $m_1 = 7,8 \cdot 10^5 - 2,9 \cdot 10^3$ kg. Variation relative de masse : $\dfrac{\Delta m}{m} = \dfrac{m_0 - m_1}{m_0} = 3,7 \cdot 10^{-3} = 0,37\%$, ce qui est négligeable.

On a donc $v_f = \dfrac{m_g}{m_f} \cdot v_g = \dfrac{2,9 \cdot 10^3}{7,8 \cdot 10^5} \cdot 4,0 \cdot 10^3 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

1.2. Étude plus réaliste du décollage

1.2.1. Il n'aurait pas fallu négliger les forces de frottements qui font que le système n'est pas du tout isolé.

1.2.2. Analyse dimensionnelle du débit : $[D] = M \cdot T^{-1}$. Or $[v_g] = L \cdot T^{-1}$ d'où la dimension du produit $[D \cdot v_g] = M \cdot T^{-1} \times L \cdot T^{-1} = M \cdot L \cdot T^{-2}$. Or le poids d'intensité $P = m \cdot g$ est un exemple de force et g est une accélération d'où $[F] = [P] = [m \cdot g] = M \times L \cdot T^{-2} = M \cdot L \cdot T^{-2}$. Le produit $D \cdot v_g$ est donc bel et bien homogène à une force.

1.2.3. La fusée peut décoller à condition que la force de propulsion soit plus intense que le poids de la fusée. Calculons donc l'intensité de ces deux forces :

$P = m \cdot g = 7,8 \cdot 10^5 \times 9,78 = 7,6 \cdot 10^6$ N et $F = D \cdot v_g = 2,9 \cdot 10^3 \times 4,0 \cdot 10^3 = 1,2 \cdot 10^7$ N. Ainsi, $F > P$ et la fusée peut décoller (dans l'hypothèse de l'énoncé où seules ces deux forces s'exercent sur elle).

2. Transfert de Rosetta vers Mars pour l'assistance gravitationnelle

2.1. Mars est plus éloignée du Soleil que la Terre. Or plus un corps en orbite autour d'un attracteur est éloigné de l'attracteur, plus la vitesse de ce corps est faible. On en déduit que la vitesse de Mars est plus faible que celle de la Terre (ce qui peut aussi se justifier à partir de la deuxième loi de Kepler ou loi des aires).

2.2. Il s'écoule 34 jours entre le 31 mars et le 25 février. Il s'est donc écoulé $2 \times 365 - 34 = 696$ jours entre le 31 mars 2005 et le 25 février 2007, ce qui représente $\dfrac{696}{365} = 1,91$ an. Or Mars balaie un angle de 360° en 1,88 an. L'angle balayé se calcule donc par produit en croix : $\alpha_M = \dfrac{1,91 \times 360}{1,88} = 366°$ donc un peu plus qu'un tour complet sur son orbite.

2.3. Rosetta suit son orbite de transfert entre le 31 mars 2005 et le 25 février 2007, d'où le tracé sur le document.

2.4. Entre le 31 mars 2005 et le 25 février 2007, il s'est écoulé 1,91 année terrestre. Or en un an, la Terre décrit un angle de 360° donc en 1,91 année, elle aura décrit un angle de $\alpha_T = \dfrac{1,91 \times 360}{1} = 688°$, soit un tour complet et 328°, ce qui nous permet de placer la Terre sur son orbite par rapport à sa position au 31 mars 2005, position qui est celle de Rosetta lorsqu'elle est proche de la Terre pour passer sur son orbite de transfert.

2.5. Rosetta, en passant à proximité de Mars le 25 février 2007, va subir l'attraction de la planète Mars, ce qui va lui communiquer un supplément de vitesse d'après le texte introductif de la deuxième partie.

3. Autour de Chury

3.1. Période de révolution de Chury

D'après la 3e loi de Kepler, on a : $\dfrac{T^2_{Terre}}{L^3_{Terre}} = \dfrac{T^2_{Chury}}{L^3_{Chury}}$. On en déduit que $T_{Chury} = \sqrt{T^2_{Terre} \cdot \dfrac{L^3_{Chury}}{L^3_{Terre}}}$ ou encore $T_{Chury} = T_{Terre} \cdot \sqrt{\left(\dfrac{L_{Chury}}{L_{Terre}}\right)^3}$. Or le demi grand-axe de Chury s'obtient à partir de l'aphélie et du périhélie : $L_{Chury} = \dfrac{186 + 850}{2} = 518$ millions de km d'où $T_{Chury} = 1,00 \times \sqrt{\left(\dfrac{518 \cdot 10^9}{150 \cdot 10^9}\right)^3} = 6,42$ ans, ce qui est cohérent avec les 6,44 ans indiqués dans le **document 3**.

3.2. Largage de Philae sur Chury : une querelle d'ingénieurs !

3.2.1. On se place dans le référentiel lié à Chury, supposé galiléen pendant le largage de Philae dont la masse m_P est supposée constante au cours du largage. Dans ces conditions, on peut appliquer à Philae la deuxième loi de Newton, sachant que seule la force de gravitation $\overrightarrow{F_{C/P}}$ exercée par Chury sur Philae s'exerce sur ce dernier :

$\overrightarrow{F_{C/P}} = -G \cdot \dfrac{\cancel{m_P} \cdot M}{(R+z)^2} \cdot \overrightarrow{k} = \cancel{m_P} \cdot \overrightarrow{a(h)}$ avec les notations du **document 4**. Or l'accélération est supposée constante et égale à sa valeur à l'altitude moyenne $z = \dfrac{h}{2}$ d'où, $\overrightarrow{a(h)} = -G \cdot \dfrac{M}{\left(R + \dfrac{h}{2}\right)^2} \cdot \overrightarrow{k}$

puis en passant à la norme $a(h) = G \cdot \dfrac{M}{\left(R + \dfrac{h}{2}\right)^2}$. Voir le **document 4** pour le tracé.

3.2.2. $a(2000\ m) = G \cdot \dfrac{M}{\left(R + \dfrac{h}{2}\right)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \dfrac{1,68 \cdot 10^{13}}{\left(2000 + \dfrac{2000}{2}\right)^2} = 1,25 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

$a(3000\ m) = G \cdot \dfrac{M}{\left(R + \dfrac{h}{2}\right)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \dfrac{1,68 \cdot 10^{13}}{\left(2000 + \dfrac{3000}{2}\right)^2} = 9,15 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

3.2.3. L'accélération $a(h)$ est supposée constante et $\overrightarrow{a} = -a(h) \cdot \overrightarrow{k} = \ddot{z} \cdot \overrightarrow{k}$ d'où $\ddot{z} = -a(h) = cste$ donc $\dot{z} = -a(h) \cdot t + v_{z_0} = -a(h) \cdot t$, Philae étant largué sans vitesse initiale. Il vient par conséquent $z(t) = -\dfrac{1}{2} \cdot a(h) \cdot t^2 + z_0 = -\dfrac{1}{2} \cdot a(h) \cdot t^2 + h$, Philae étant largué d'une altitude $z_0 = h$.

3.2.4. La chute sera terminée lorsque Philae touchera le sol de Chury, soit $z(t_{sol}) = 0$ d'où l'équation $-\dfrac{1}{2} \cdot a(h) \cdot t_{sol}^2 + h = 0$ qui mène à $t_{sol}^2 = \dfrac{2 \cdot h}{a(h)}$, soit $t_{sol} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot h}{a(h)}}$

$t_{sol}(h = 2000\ m) = \sqrt{\dfrac{2 \times 2000}{1,25 \cdot 10^{-4}}} = 5,66 \cdot 10^3\ \mathrm{s} = 1\ \mathrm{h}\ 34\ \mathrm{min}$

$t_{sol}(h = 3000\ m) = \sqrt{\dfrac{2 \times 3000}{9,15 \cdot 10^{-5}}} = 8,10 \cdot 10^3\ \mathrm{s} = 2\ \mathrm{h}\ 15\ \mathrm{min}$

3.2.5. $v_{att} = v(t_{sol}) = \sqrt{[\dot{z}(t_{sol})]^2} = a(h) \cdot t_{sol}$

$v_{att}(2000\ m) = a(2000\ m) \times t_{sol}(h = 2000\ m) = 1,25 \cdot 10^{-4} \times 5,66 \cdot 10^3 = 7,08 \cdot 10^{-1}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$v_{att}(3000\ m) = a(3000\ m) \times t_{sol}(h = 3000\ m) = 9,15 \cdot 10^{-5} \times 8,10 \cdot 10^3 = 7,41 \cdot 10^{-1}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Il fallait donc choisir une altitude de 2000 m pour éviter d'endommager Philae.

3.2.6. Cet argument favorise l'altitude $h = 2000$ m et s'explique par le fait que la descente vers Chury est difficilement contrôlable, d'autant que les calculs menés supposent de nombreuses approximations. En outre, Chury effectue des rotations sur elle-même, ce qui complique la prévision du site d'atterrissage.

EXERCICE II : PHYSIQUE, CHIMIE ET MESURE DU TEMPS

1. Analyse dimensionnelle : la dimension de la période propre T_0 étant une durée, seule la relation homogène à durée est à retenir.

(1) $[2\pi\sqrt{\ell}] = [\sqrt{\ell}] = L^{1/2}$: cette relation ne convient donc pas.

(2) $\left[2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}\right] = \left[\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}\right] = \sqrt{\dfrac{L}{L \cdot T^{-2}}} = \sqrt{T^2} = T$ donc cette relation est homogène aux dimensions.

(3) $\left[2\pi\sqrt{\dfrac{g}{\ell}}\right] = \left[\sqrt{\dfrac{g}{\ell}}\right] = \sqrt{\dfrac{L \cdot T^{-2}}{L}} = \sqrt{T^{-2}} = T^{-1}$ donc cette relation n'est pas homogène aux dimensions.

(4) $\left[2\pi\sqrt{\dfrac{m}{\ell}}\right] = \left[\sqrt{\dfrac{m}{\ell}}\right] = \sqrt{\dfrac{M}{L}} = \sqrt{M \cdot L^{-1}} = M^{1/2} \cdot L^{-1/2}$ donc cette relation ne convient pas non plus.

Conclusion : seule la relation (2) est homogène aux dimensions donc la période du pendule s'exprime par $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$. On peut alors calculer la période propre du pendule de Galilée de longueur 4 coudées, soit $\ell = 4 \times 0,573 = 2,292$ m : $T_{Galilée} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2,292}{9,81}} = 3,0$ s.

En outre, sur le **document 3** (fenêtre 1), on mesure $12,6$ cm pour 6 périodes et $13,9$ cm pour 20 s. On en déduit la période du pendule étudié : $T_{étudié} = \dfrac{12,6 \times 20}{6 \times 13,9} = 3,0$ s.

La masse accrochée au pendule étudiée est la même que celle du pendule de Galilée, la période des deux pendules est la même (elle ne dépend d'ailleurs pas de la masse) donc il se peut que le pendule étudié soit le même que celui de Galilée (il a d'ailleurs la même longueur).

2. Sur le **document 3** (fenêtre 1), on mesure l'amplitude des oscillations $x_m = 400$ mm. D'après le **document 2**, on voit que $\sin\alpha_m = \dfrac{x_m}{\ell}$ d'où la valeur de l'amplitude en termes d'abscisse angulaire :

$$\alpha_m = \arcsin\left(\frac{x_m}{\ell}\right) = \arcsin\left(\frac{400\cdot10^{-3}}{4\times0,573}\right) = 10°$$

3. On commence par déterminer la valeur maximale de l'énergie cinétique du pendule sur le **document 3** (fenêtre 2). Pour ce faire, on mesure 4,8 cm pour 17,5 mJ. Le maximum de l'énergie cinétique atteint quant à lui une valeur telle que l'on mesure 4,6 cm d'où $E_{C,m} = \dfrac{4,6\times17,5}{4,8} = 16,8$ mJ. De plus, $E_{C,m} = \dfrac{1}{2}\cdot m\cdot v_m^2$ d'où l'expression de la vitesse maximale $v_m = \sqrt{\dfrac{2\cdot E_{C,m}}{m}} = \sqrt{\dfrac{2\times16,8\cdot10^{-3}}{50\cdot10^{-3}}} = 8,2\cdot10^{-1}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} = 0,82\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

4. En l'absence de frottements, hypothèse faite ici, l'énergie mécanique se conserve : elle a donc une valeur constante. De plus, lorsque l'énergie cinétique est maximale, l'énergie potentielle de pesanteur est nulle (le pendule est au point le plus bas pris comme origine des altitudes). Ainsi, à ce moment précis, l'énergie cinétique est égale à l'énergie mécanique du pendule qui est donc représentée par la droite d'équation $E_M = E_{C,m}$.

L'énergie potentielle de pesanteur varie en sens inverse de l'énergie cinétique. Sa courbe représentative est le symétrique par rapport à la droite d'équation $E_{C,m} = 8,4$ mJ.