TS3 - Physique-Chimie
Devoir en classe n°5 - Durée : 2h
Samedi 21 janvier 2017

EXERCICE I : ROSETTA, PHILÆ ET LEURS PLANS SUR LA COMÈTE (15 points)

La mission Rosetta de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) a pour objectif l'étude de la comète Churyumov-Gerasimenko. Le lancement de la sonde Rosetta a eu lieu le 2 mars 2004 grâce à la fusée Ariane 5. Très peu de manœuvres d'orbite ont été nécessaires pour amener Rosetta à la comète Churyumov-Gerasimenko. La sonde spatiale, après s'être placée en orbite autour de la comète pour une période d'observation de plusieurs mois, a envoyé le 12 novembre 2014 un petit atterrisseur, Philae. Les parties 1, 2 et 3 sont ***indépendantes****.*

1. Lancement de la sonde Rosetta

On se propose dans cette partie d'étudier le décollage de la fusée ayant mis Rosetta sur son chemin. Les données se trouvent dans le ***document 1*** *(figurant en fin d'exercice). On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. À la date $t = 0$ s, le système est immobile. À la date $t = 1$ s, la fusée a éjecté une masse de gaz notée m_g à la vitesse $\overrightarrow{v_g}$. Sa masse est alors notée m_f et sa vitesse $\overrightarrow{v_f}$.*

1.1. Modèle simplifié du décollage

Dans ce modèle simplifié, on suppose que le système $\{$fusée + gaz$\}$ est isolé.

1.1.1. En comparant la quantité de mouvement du système considéré aux dates $t = 0$ s et $t = 1$ s, démontrer que $\overrightarrow{v_f} = -\dfrac{m_g}{m_f} \cdot \overrightarrow{v_g}$. Quelle est la conséquence de l'éjection de ces gaz sur le mouvement de la fusée ?

1.1.2. Après avoir démontré numériquement que la variation de la masse de la fusée est négligeable au bout d'une seconde après le décollage, calculer la valeur de la vitesse de la fusée à cette date $t = 1$ s.

1.2. Étude plus réaliste du décollage

1.2.1. *En réalité, la valeur de la vitesse v_f est très inférieure à celle calculée à la question précédente. Le système $\{$fusée + gaz$\}$ n'est en fait pas isolé.* Quelle force n'aurait-on pas dû négliger ?

On considère désormais le système $\{$fusée$\}$. Il est soumis à son poids et à la force de poussée $\overrightarrow{F}$ définie par la relation $\overrightarrow{F} = -D \cdot \overrightarrow{v_g}$ où D est la masse de gaz éjectée par seconde (voir le débit d'éjection des gaz dans le ***document 1****).*

1.2.2. Par analyse dimensionnelle, montrer que le produit $D \cdot v_g$ est homogène à une force.

1.2.3. Vérifier par une application numérique que la fusée peut effectivement décoller.

2. Transfert de Rosetta vers Mars pour l'assistance gravitationnelle

La gravitation impose de nombreuses contraintes rendant difficile un voyage en ligne droite d'un point à un autre du système solaire, à moins de disposer d'un système de propulsion extrêmement coûteux. L'assistance gravitationnelle consiste alors à se servir de l'attraction des planètes pour donner un supplément de vitesse à une sonde. Cette technique est maintenant employée dans la plupart des cas dans le but d'économiser du carburant.

Dans le cas de Rosetta, quatre assistances gravitationnelles ont été nécessaires pour rejoindre Chury. Rosetta s'est propulsée le 31 mars 2005 sur son orbite de transfert pour atteindre Mars le 25 février 2007. La situation et les orbites sont représentées dans le ***document 2*** *figurant en fin d'exercice. Les orbites de Mars et de la Terre sont supposées circulaires. La période de révolution de Mars vaut $T_{Mars} = 1,88$ an.*

2.1. Les mouvements de Mars et de la Terre étant supposés circulaires, que peut-on dire des valeurs respectives de leur vitesse ? Justifier la réponse.

2.2. Quel est l'angle balayé par Mars entre le 31 Mars 2005 et le 25 février 2007 ?

2.3. Sur la partie droite du **document 2**, représenter qualitativement le parcours de Rosetta entre le 31 mars 2005 et le 25 février 2007.

2.4. Où se trouve la Terre sur son orbite le 25 février 2007 ? Représenter sa position sur la partie droite du **document 2**.

2.5. Expliquer pourquoi Mars va fournir une assistance gravitationnelle à Rosetta.

3. Autour de Chury

3.1. Période de révolution de Chury

On sait que les astres gravitant autour du Soleil voient leur période de révolution T et leur demi grand-axe L vérifier la 3e loi de Kepler : $\frac{T^2}{L^3}$ = constante, constante qui ne dépend que de la masse du Soleil M_S et de la constante de gravitation universelle G : $\frac{T^2}{L^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S}$.

Sachant que la Terre gravite autour du Soleil sur une trajectoire circulaire (en première approximation) de raton $R_{Terre} = 150$ millions de km, évaluer la période de révolution de Chury notée T_{Chury}. Cette valeur est-elle cohérente avec le **document 3** figurant en fin d'exercice ?

3.2. Largage de Philae sur Chury : une querelle d'ingénieurs !

Pour larguer le module Philae sur Chury, les ingénieurs ont dû choisir une altitude h. Les uns souhaitaient privilégier une vitesse d'impact faible lors de l'atterrissage, alors que les autres souhaitaient préserver Rosetta en la maintenant à distance de Chury. Pour cela, ils ont mis au point un modèle simplifié afin de discuter. Le ***document 4*** *figurant en fin d'exercice représente la situation. Les hypothèse simplificatrices suivantes ont été faites :*

- la comète Chury est sphérique de rayon $R = 2,000$ km et de masse $M = 1,68 \cdot 10^{13}$ kg ;
- la sonde Rosetta est située à une altitude h à choisir avec pertinence ;
- Philae subit une accélération supposée constante $a(h)$ proportionnelle à l'attraction gravitationnelle subie à l'altitude moyenne $\frac{h}{2}$;
- Philae est lâché sans vitesse initiale de l'altitude h dans le référentiel lié à Chury et supposé galiléen.

On mènera les calculs pour une altitude h qui vaudra soit $2,000$ km, soit $3,000$ km.

3.2.1. Démontrer que l'expression littérale de la norme de l'accélération moyenne subie par l'atterrisseur Philae à l'altitude $\frac{h}{2}$ est $a(h) = G\frac{M}{\left(R + \frac{h}{2}\right)^2}$ où $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$. Représenter l'accélération $\overrightarrow{a(h)}$ sans souci d'échelle sur le **document 4**.

3.2.2. Évaluer numériquement la norme de cette accélération pour les deux altitudes $h = 2000$ m et $h = 3000$ m.

3.2.3. Démontrer qu'avec l'accélération supposée constante, la chute de Philae vérifie l'équation horaire $z(t) = -\frac{1}{2} \cdot a(h) \cdot t^2 + h$

3.2.4. Démontrer que la durée de la chute de Philae s'exprime sous la forme $t_{sol} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot h}{a(h)}}$. Évaluer cette durée pour les altitudes $h = 2000$ m et $h = 3000$ m.

3.2.5. En déduire la vitesse d'atterrissage v_{att} pour les altitudes $h = 2000$ m et $h = 3000$ m. Quelle altitude fallait-il choisir pour éviter de trop endommager Philae ?

3.2.6. *Parmi les arguments des ingénieurs, on a entendu : « Plus la durée de descente est grande, plus l'incertitude sur le lieu d'atterrissage est grande. »* Expliquer cet argument et indiquer quelle altitude il favorise entre $h = 2000$ m et $h = 3000$ m.

Document 1 : Lancement de la sonde Rosetta par Ariane 5

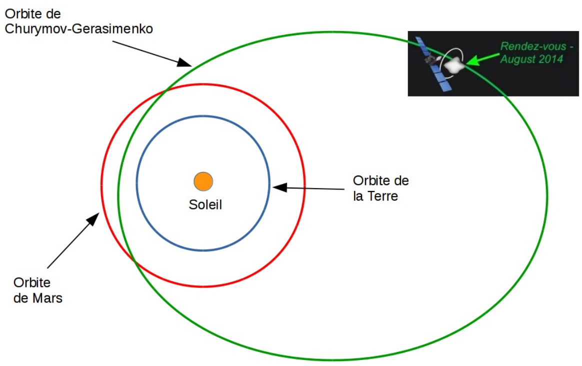
Le 2 mars 2004, un lanceur Ariane 5 a décollé du port spatial de l'Europe à Kourou (Guyane) avec à son bord la sonde Rosetta portant elle-même l'atterrisseur Philae.

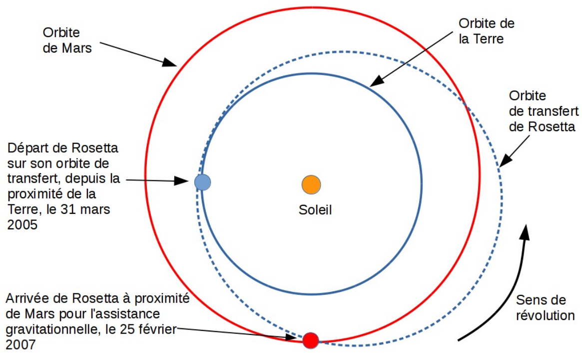
Au moment du décollage, la masse de la fusée est de $7,8 \cdot 10^2$ tonnes.

Données concernant le décollage :

- *intensité de la pesanteur à Kourou :* $g = 9,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- *débit d'éjection des gaz au décollage :* $D = 2,9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$
- *vitesse d'éjection des gaz au décollage :* $v_g = 4,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

Document 2 : Voyage de Rosetta et transfert de Rosetta de la Terre à Mars dans le référentiel héliocentrique





Document 3 : Carte d'identité de Chury

Comète 67P Churyumov-Gerasimenko

Année de découverte : 1969 (20 septembre)

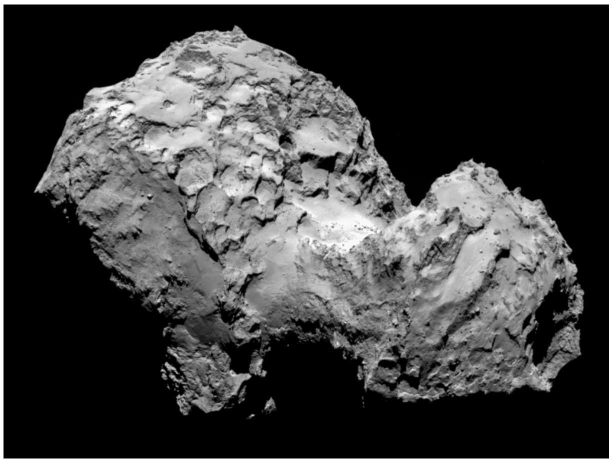
Découvreurs : Klim Ivanovic Churyumov *et Svetlana Ivanovna* Gerasimenko

Distance au plus près du Soleil (périhélie) : 186 millions de km soit 1,24 u.a.

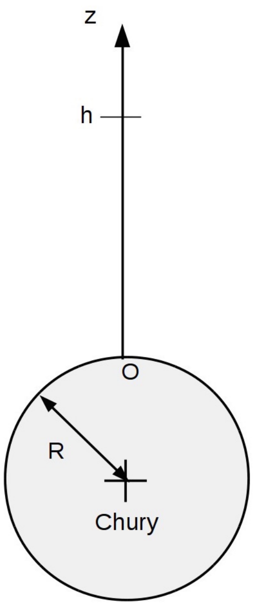
Distance au plus loin du Soleil (aphélie) : 850 millions de km soit 5,68 u.a.

Période orbitale : 6,44 ans

Période de rotation : 12,4 heures environ



Document 4 : Situation du largage de Philae de l'altitude h (Chury est considérée comme sphérique dans cette modélisation)



EXERCICE II : PHYSIQUE, CHIMIE ET MESURE DU TEMPS (5 points)

La mesure du temps est une question essentielle depuis... la nuit des temps. Elle a initialement été basée sur l'observation d'un phénomène régulier et répétitif qui permettait de caractériser des durées égales.

Galilée, au XVII^e siècle, a eu l'idée d'utiliser un pendule pour mesurer le temps.

Document 1 : Galilée raconte les pendules...

« J'ai pris deux boules, l'une de plomb et l'autre de liège, celle-là au moins cent fois plus lourde que celle-ci, puis j'ai attaché chacune d'elle à deux fils très fins, longs tous les deux de quatre coudées ; les écartant alors de la position perpendiculaire, je les lâchais en même temps ; une bonne centaines d'allées et venues accomplie par les boules elles-mêmes m'ont clairement montré qu'entre la période du corps pesant et celle du corps léger, la coïncidence est telle que sur mille vibrations comme sur cent, le premier n'acquiert sur le second aucune avance, fût-ce la plus minime, mais que tous les deux ont un rythme de mouvement rigoureusement identique.

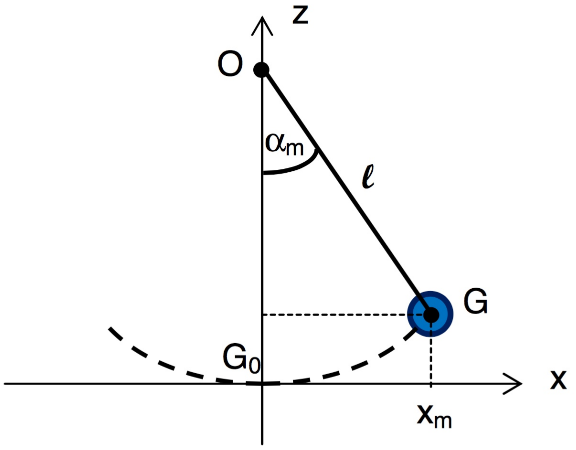
On observe également l'action du milieu qui, en gênant le mouvement, ralentit bien davantage les vibrations du liège que celles du plomb, sans toutefois modifier leur fréquence. »

D'après
Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles
publié en 1636

On donne la longueur d'une coudée égale à $0,573$ m, *l'accélération de la pesanteur* $g = 9,81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ *et la masse de la boule de plomb de Galilée* $m = 50$ g.

On réalise un pendule en suspendant une bille de plomb, de masse $m = 50$ g *et de centre d'inertie* G*, à un fil de longueur* ℓ *accroché en* O *comme l'indique la figure du* ***document 2***.

Document 2 : Le pendule étudié



On choisit la position à l'équilibre G_0 *de* G *comme origine des altitudes* z*. Pour un amortissement faible, la pseudo-période* T *du pendule est voisine de sa période propre* T_0*. L'expression de la période propre du pendule est l'une des propositions suivantes dans lesquelles* ℓ *désigne la longueur du fil et* m *la masse du pendule.*

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\ell} \quad (1) \qquad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (2)$$

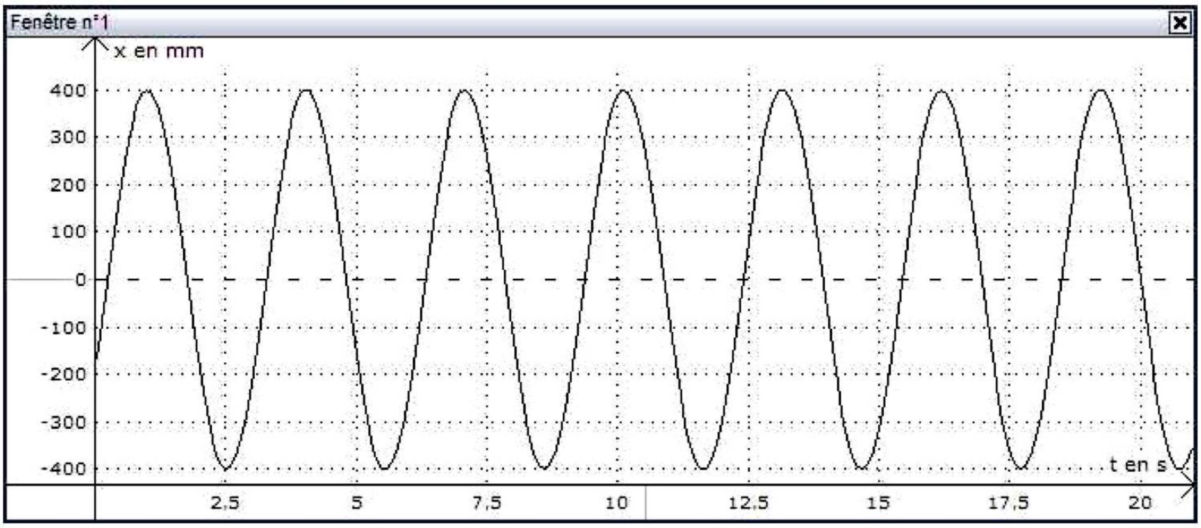
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad (3) \qquad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\ell}} \quad (4)$$

Un système informatisé permet d'obtenir les mesures représentées sur les deux graphes du ***document 3*** *ci-après.*

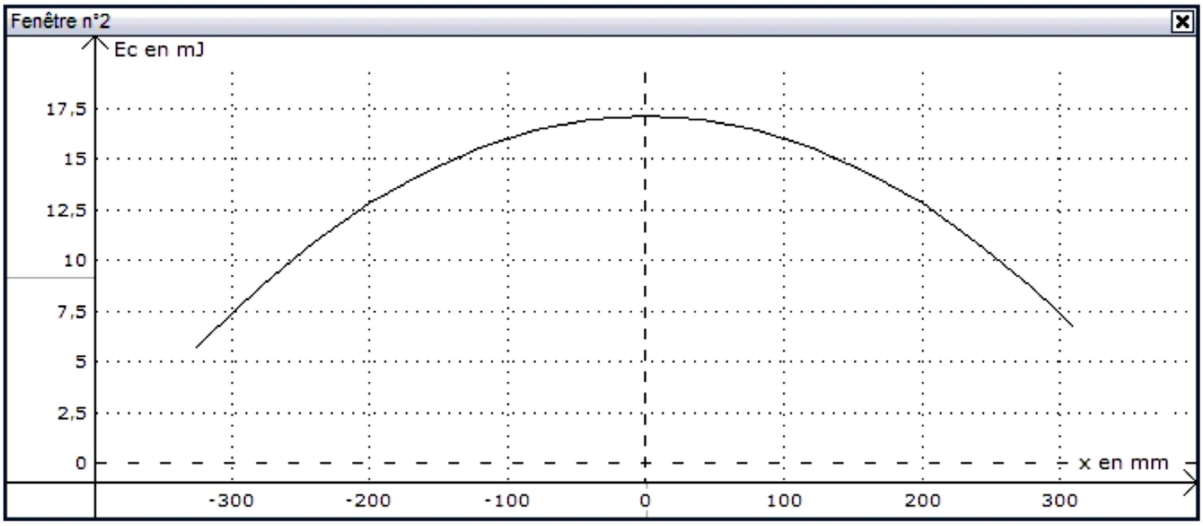
1. À l'aide des documents et de vos connaissances, proposer une réponse argumentée pour montrer que « **le pendule réalisé aurait pu être celui de Galilée** ».

Pour ce faire, choisir la bonne expression de la période du pendule par analyse dimensionnelle. Comparer de la manière la plus précise possible la valeur calculée de la période du pendule de Galilée à celle du pendule réalisé expérimentalement puis conclure.

Document 3 : Courbes obtenues par le système informatisé



Évolution de l'abscisse x du centre d'inertie G du système en fonction du temps



Variation de l'énergie cinétique du pendule en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G

2. À partir du **document 3** (fenêtre 1), déterminer la valeur de l'abscisse x_m. En déduire la valeur, en degrés, de l'angle maximal α_m décrit par le pendule.

3. Calculer la vitesse maximale v_m atteinte par le centre d'inertie G en explicitant le raisonnement et les calculs littéraux.

4. Sur le **document 3** (fenêtre 2), tracer les évolutions, en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G, de l'énergie mécanique et de l'énergie potentielle de pesanteur du centre d'inertie G du pendule réalisé. Justifier rapidement la réponse.