

TS3 - Physique-Chimie
Devoir à la maison - Durée : 2h
Proposition de correction

« Ô, TEMPS ! SUSPENDS TON VOL » ...
--

1. La notion de temps dans la théorie de la relativité restreinte

1.1. Définitions

- 1.1.1.** Un événement correspond à la donnée de trois coordonnées d'espace et d'une coordonnée de temps et permet de définir de façon univoque le lieu et la date auxquels un phénomène physique se produit. Deux événements seront dits simultanés dans un référentiel donné s'ils ont lieu à la même date (ils ont la même coordonnée de temps).
- 1.1.2.** Par l'expression « temps du système au repos », Einstein entend le temps mesuré dans le référentiel dans lequel le système est au repos. On appelle aussi ce temps le temps propre. Il s'agit de la durée entre deux événements mesurée dans un référentiel dans lequel ces deux événements ont lieu au même endroit.

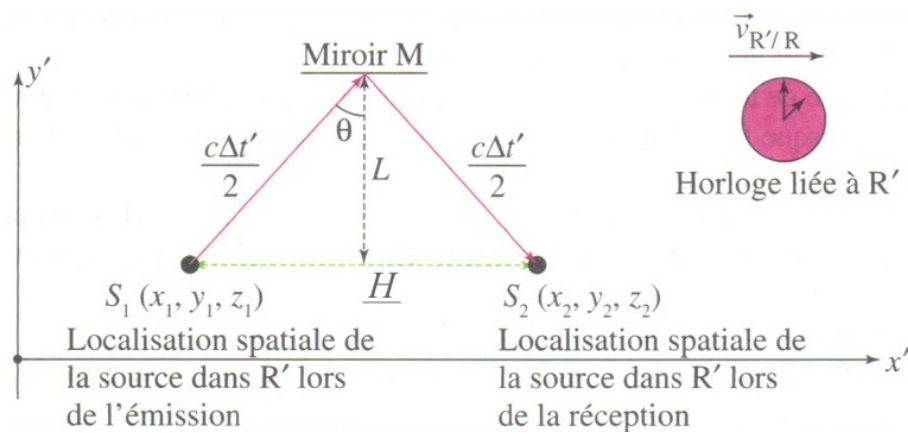
1.2. Approche qualitative de la dilatation des durées

- 1.2.1.** La dilatation du temps est un phénomène relativiste qui se traduit par le fait que l'intervalle de temps entre deux événements n'est pas le même pour deux observateurs situés dans des référentiels galiléens différents. Cela remet en cause le caractère absolu du temps admis jusqu'alors. Comme la durée mesurée est toujours supérieure à la durée propre, on parle de dilatation du temps.
- 1.2.2.** Soient H_A et H_B les horloges situées initialement en A et en B. Dans un référentiel lié à l'horloge H_A , les événements « H_A quitte le point A » et « H_A arrive au point B » ont lieu au même endroit. La durée mesurée par l'horloge H_A est donc un temps propre que nous noterons Δt_0 . Dans le référentiel de l'observateur, lié à l'horloge H_B , les deux événements n'ont pas lieu au même endroit donc l'horloge H_B mesure un temps mesuré $\Delta t > \Delta t_0$. Ainsi, « l'horloge qui a été déplacée de A à B **retarde** sur celle qui a gardé sa position invariable en B. »

1.3. Approche quantitative de la dilatation des durées

- 1.3.1.** L'émission et la réception du signal lumineux se faisant au même endroit dans le référentiel R (miroir et source fixes dans R), l'intervalle de temps Δt mesuré dans R est un intervalle de temps propre. Ici, on a $\Delta t = \frac{2 \cdot L}{c}$.
- 1.3.2.** Le schéma ci-dessous représente la situation vue du référentiel R' en translation rectiligne uniforme par rapport à R. Soit $L' = S_1M = S_2M = \frac{c \cdot \Delta t'}{2}$ et $S_1H = S_2H = \frac{v \cdot \Delta t'}{2}$. En outre, dans le référentiel R, on a : $\Delta t = \frac{2L}{c}$ d'où $L = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned}
L'^2 &= L^2 + S_1 M^2 \\
\left(\frac{c \cdot \Delta t'}{2}\right)^2 &= \left(\frac{c \cdot \Delta t}{2}\right)^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t'}{2}\right)^2 \\
c^2 \cdot (\Delta t')^2 &= c^2 \cdot (\Delta t)^2 + v^2 \cdot (\Delta t')^2 \\
(\Delta t')^2 \cdot (c^2 - v^2) &= c^2 \cdot (\Delta t)^2 \\
(\Delta t')^2 &= \frac{c^2}{(c^2 - v^2)} \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot (\Delta t)^2 \\
\Delta t' &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t = \gamma \cdot \Delta t \text{ où } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}
\end{aligned}$$



1.3.3. Puisque c est une vitesse limite, on a toujours $v < c$ soit $\frac{v}{c} < 1$ donc $0 < \frac{v^2}{c^2} < 1$ donc $0 < 1 - \frac{v^2}{c^2} < 1$ soit $0 < \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$ et enfin $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$, la fonction inverse étant décroissante sur l'intervalle $]0; 1]$. On en déduit donc que $\gamma > 1$ et que $\Delta t' > \Delta t$. On retrouve bien là la dilatation des temps propres (le temps propre est toujours plus petit que le temps mesuré).

1.3.4. Pour un muon cosmique pour lequel $\frac{v}{c} = 0,9952$, on a donc :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,9952^2}} \text{ d'où } \gamma = 10,22.$$

2. L'expérience de Frisch et Smith

2.1. Résultats expérimentaux

2.1.1. N_1 est le nombre moyen de muons détectés au Mont Washington ; c'est la moyenne des nombres de muons détectés lors des 5 essais : $N_1 = \frac{568 + 554 + 582 + 527 + 588}{5} = 564$ muons par heure.

Pour obtenir l'incertitude, il faut calculer l'écart-type de cette série de mesures :

$$E = \sqrt{\frac{1}{5} [(568 - 564)^2 + (554 - 564)^2 + (582 - 564)^2 + (527 - 564)^2 + (588 - 564)^2]} = 22$$

Or, d'après le document 9, pour un intervalle de confiance de 95%, il faut se trouver dans l'intervalle $[N_1 - 2E; N_1 + 2E]$ soit dans l'intervalle $[564 - 44; 564 + 44]$. On en déduit dans ce cas que $N_1 = (564 \pm 44)$ muons par heure et que l'incertitude absolue sur N_1 est de 44 muons par heure.

2.1.2. N_2 est le nombre moyen de muons détectés à Cambridge ; c'est la moyenne des nombres de muons détectés lors des 5 essais : $N_2 = \frac{412 + 403 + 436 + 395 + 393}{5} = 408$ muons par heure.

Pour obtenir l'incertitude, il faut calculer l'écart-type de cette série de mesures :

$$E = \sqrt{\frac{1}{5} [(412 - 408)^2 + (403 - 408)^2 + (436 - 408)^2 + (395 - 408)^2 + (393 - 408)^2]} = 16$$

Or, d'après le document 9, pour un intervalle de confiance de 95%, il faut se trouver dans l'intervalle $[N_2 - 2E; N_2 + 2E]$ soit dans l'intervalle $[408 - 32; 408 + 32]$. On en déduit dans ce cas que $N_2 = (408 \pm 32)$ muons par heure et que l'incertitude absolue sur N_2 est de 32 muons par heure.

2.1.3. Une erreur systématique est une erreur sur la mesure qui ne dépend pas du nombre de mesures effectuées mais qui fausse la valeur mesurée toujours de la même façon et dans le même sens. Par exemple, une balance mal tarée et indiquant 3 g lorsque rien ne se trouve sur son plateau induira une erreur systématique de 3 g supplémentaires dans toutes les mesures effectuées.

2.2. Interprétation des résultats expérimentaux

2.2.1. Si l'on détecte N_1 muons au niveau du Mont Washington à la date prise comme origine des temps, alors on en détectera $N_2 = N_1 \cdot e^{-t/\tau}$ au niveau de Cambridge à la date t . Comme on ne tient pas compte ici de la dilatation du temps, on peut dire que la vitesse v des muons est liée à la hauteur h parcourue pendant la durée t par la relation : $v = \frac{h}{t}$ soit $t = \frac{h}{v}$. On a donc : $N_2 = N_1 \cdot e^{-t/\tau} = N_1 \cdot e^{-h/(v \cdot \tau)}$.

2.2.2. Application numérique : $N_2 = 564 \cdot e^{-1907/(0,9952 \times 299792458 \times 2,20 \cdot 10^{-6})} = 31$ muons par heure, ce qui est très différent de la valeur expérimentale réelle de $N_2 = (408 \pm 32)$ muons par heure et en-dehors de l'intervalle de confiance. Étant donné le très fort écart constaté, les résultats expérimentaux ne sont pas à remettre en cause mais bien l'interprétation qui en est faite ici.

2.2.3. Si l'on tient compte de la dilatation du temps, alors, $v = \frac{h}{t'}$ soit $t' = \frac{h}{v}$ où t' est le temps mesuré par les expérimentateurs tandis que $N_2 = N_1 \cdot e^{-t/\tau}$ reste valable avec t le temps propre dans le référentiel lié aux muons. D'après la première partie, $t' = \gamma \cdot t$ en raison de la dilatation du temps d'où $\gamma \cdot t = \frac{h}{v}$ et enfin $t = \frac{h}{\gamma \cdot v}$. On obtient donc la nouvelle expression du nombre moyen de muons détectés à Cambridge : $N_2 = N_1 \cdot e^{-h/(\gamma \cdot v \cdot \tau)}$.

2.2.4. Application numérique : $N_2 = 564 \cdot e^{-1907/(10,22 \times 0,9952 \times 299792458 \times 2,20 \cdot 10^{-6})} = 424$ muons par heure. Or l'intervalle de confiance à 95% donnait $376 \leq N_2 \leq 440$. Cette fois, la valeur théorique se trouve bien dans l'intervalle de confiance à 95%. Cette expérience est donc une preuve patente du phénomène de dilatation du temps.

2.3. Mesure du temps propre de désintégration d'un muon

2.3.1. Dans le cas de la figure a, le muon est trop rapide pour être arrêté par le fer et ne se désintègre donc pas. Au contraire, dans le cas de la figure b, le muon est arrêté par le fer et se désintègre au bout d'une durée de 4,8 μ s.

2.3.2. La valeur donnée dans le document 3 est de 2,20 μ s d'où un écart relatif entre les deux valeurs de $\left| \frac{4,8 - 2,20}{2,20} \right| = 120\%$. La précision de cette valeur n'est pas du tout satisfaisante mais il faut garder à l'esprit qu'il ne s'agit pas d'une valeur moyenne mais d'une valeur basée sur un seul muon. Pour améliorer le protocole expérimental, il faudrait réaliser la mesure sur un très grand nombre de muons et déterminer la valeur moyenne de cette série de mesures.